

EXERCICE 1

Partie 1 : Démonstration

a) Prouvez par récurrence que pour tout a réel strictement positif et tout n entier naturel :

$$(1+a)^n \geq 1+na.$$

b) En déduire, en utilisant un théorème du cours, que si $q > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$

Partie 2 : Suites et algorithmes

On considère l'algorithme ci-dessous :

Variables
q est un réel tel que $q > 1$
A est un réel positif
N est un entier naturel
U est un réel
Entrée
Saisir q
Saisir A
Initialisation
N prend la valeur 0
U prend la valeur 2
Traitement
Tant que $U \leq A$ faire
U prend la valeur $q \times U$
N prend la valeur $N+1$
Fin Tant que
Sortie
Afficher N

1. Que fait cet algorithme ?
2. Quel est l'affichage en sortie si l'utilisateur entre les valeurs $A=10000$ et $q=3$?
3. Un élève entre par inattention $q=\frac{1}{3}$ au lieu de $q=3$. Que se passe-t-il ? Pourquoi ?
4. Soit la suite définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$$

Écrire un algorithme qui affiche en sortie le terme u_n pour n choisi par l'utilisateur