$\sqrt{n}$

Exercice n°2

1ère partie : On considère la suite définie par : $u_0=0$ et pour tout entier n : $u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3}$

a) A l'aide de votre calculatrice, calculer les quatre premiers termes de cette suite.

b) Démontrer par récurrence, que pour tout entier n, $0\leqslant u_n\leqslant 3$

c) Démontrer par récurrence, que la suite (u_n) est strictement croissante.

d) Démontrer que la suite (u_n) est convergente.

e) Déterminer la limite de la suite (u_n).

2ème partie :

On considere la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $S_n=\sum_{k=0}^{k=n} u_n$ et on donne l'algorithme suivant :

```
VARIABLES
N EST DU TYPE NOMBRE
I EST DU TYPE NOMBRE
U EST DU TYPE NOMBRE
DEBUT ALGORITHME
U PREND LA VALEUR 0
LIRE N
POUR I ALLANT DE 1 A N
DEBUT POUR
U PREND LA VALEUR sqrt(2*U+3)
FIN POUR
AFFICHER U
FIN ALGORITHME
```

a) Analyser le fonctionnement de cet algorithme.

b) Modifier cet algorithme afin qu'il affiche la valeur de S_N lorsque l'utilisateur entre la valeur de N.

Exercice n°3 (*Même exercice avec « **la fonction associée** »*)

On considère la suite définie par : $u_0=0$ et pour tout entier n : $u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3}$

1° a) A l'aide de votre calculatrice, calculer les quatre premiers termes de cette suite.

b) Faire une conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n).

2°) On considère la fonction définie pour $x\in[0;3]$ par : $f(x)=\sqrt{2x+3}$.

a) Calculer la dérivée de la fonction f.

b) En déduire que la fonction f est strictement croissante sur $[0;3]$ et dresser son tableau de variations. Préciser les valeurs de de la fonction aux bornes de cet intervalle.

c) Démontrer que : [si $x\in[0;3]$ alors $f(x)\in[0;3]$].

d) Démontrer par récurrence, que pour tout entier n, $0\leqslant u_n\leqslant 3$

e) Démontrer par récurrence, que la suite (u_n) est strictement croissante.

f) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

g) Déterminer la limite de la suite (u_n).