TS SUITES ADJACENTES

Soient (u_n) et (v_n) telle que (u_n) est croissante , (v_n) décroissante

Et lim (v_n - u_n) = 0

a) Montrer que pour tout entier n , $u_n \leq v_n$

b) Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont convergentes et on la même limite

EXEMPLE

On définit les suites (a_n) et (b_n) par $a_0 = 1$ et $b_0 = 7$ et $\begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{3}(2a_n + b_n) \\ b_{n+1} = \frac{1}{3}(a_n + 2b_n) \end{cases}$.

Soit D une droite munie d'un repère $(O, \vec{i})$. Pour $n \in \mathbb{N}$, on considère les points A_n et B_n d'abscisses respectives a_n et b_n.

1) Placer les points A_0, B_0, A_1, B_1, A_2 et B_2.

2) Soit (u_n) la suite définie par $u_n = b_n - a_n$ pour tout n dans $\mathbb{N}$. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ dont on précisera le premier terme.
Exprimer u_n en fonction de n.

3) Comparer a_n et b_n. Etudier le sens de variation des suites (a_n) et (b_n).
Interpréter géométriquement ces résultats.

4) Démontrer que les suites (a_n) et (b_n) sont adjacentes.

5) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = a_n + b_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Démontrer que (v_n) est une suite constante.
En déduire que les segments $[A_nB_n]$ ont tous même milieu I.

6) Justifier que les suites (a_n) et (b_n) sont convergentes et calculer leur limite. Interpréter géométriquement ce résultat.