

LOI DES GRANS NOMBRES

EXERCICE 1

Soit X et Y deux variables aléatoires indépendantes sur un même univers fini.

La loi de probabilité de X est donnée ci-contre et on a pour la variable Y : $E(Y) = 2,5$ et $V(Y) = 1,2$.

x_i	0	3
$p(X = x_i)$	0,4	0,6

Calculer : $E(X + Y)$, $E(3Y)$ et $V(X + Y)$.

EXERCICE 2

Soit X et Y deux variables aléatoires et indépendantes dont les lois de probabilités sont données dans les tableaux ci-dessous :

x_i	-2	0	3	4
$p(X = x_i)$	0,4	0,2	0,3	0,1

y_i	-5	10	20
$p(Y = y_i)$	0,35	0,45	0,1

- 1) Calculer $E(X + Y)$.
- 2) $V(X + Y)$.
- 3) Déterminer une valeur approchée de $\sigma(X + Y)$ à 10^{-2} près.

EXERCICE 3

On lance un dé tétraédrique équilibré dont les faces portent les montants en € :

$$-4 ; 1 ; 2 \text{ et } 3$$

Soit X la variable aléatoire donnant le gain algébrique en € affiché.

- 1) Calculer $E(X)$, interpréter ce résultat puis calculer $V(X)$.
- 2) On décide de doubler chacun des montants (par exemple 3 devient 6).
Soit Z la variable aléatoire donnant le gain algébrique en € de ce deuxième jeu.
Exprimer Z en fonction de X puis en déduire $E(Z)$ et $V(Z)$.
- 3) On décide enfin d'ajouter 2 à chacun des montants (par exemple 3 devient 5).
Soit Y la variable aléatoire donnant le gain algébrique en € de ce troisième jeu.
Exprimer Y en fonction de X puis en déduire $E(Y)$ et $\sigma(Y)$.

EXERCICE 4

On tire au hasard et avec remise 3 cartes dans un jeu de 52 cartes.

On gagne 7 € par as obtenu, 4 € par valet, dame ou roi obtenu et on perd 1 € pour n'importe quelle autre carte obtenue.

Si on tire : as de pique, 7 de trèfle et valet de carreau, on gagne : $7 - 1 + 4 = 10$ €.

On note Z la variable aléatoire donnant le gain algébrique total à ce jeu.

Décomposer Z sous la forme d'une somme de trois variables aléatoires que l'on définira puis calculer $E(Z)$.