TS **RAISONNEMENT PAR RECURRENCE** feuille 3

EXERCICE 1

α est un réel tel que $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. la suite (u_n) est définie par $u_0 = 2\cos(\alpha)$

et $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ pour tout entier n

1) Calculer u_1 et u_2 , on rappelle que $1 + \cos(2x) = 2\,cos^2(x)$

2) Démontrer par récurrence que $u_n = 2\cos(\frac{\alpha}{2^n})$

EXERCICE 2

Démontrer par récurrence que pour tout entier n ≥ 1 :

$\frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \ldots\ldots + \frac{1}{n\times(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

EXERCICE 3

Démontrer par récurrence que pour tout entier n ≥ 1 :

$1\times2\times3\times\ldots\ldots\times n \geq 2^{n-1}$

EXERCICE 4

la suite (u_n) est définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = (u_n)^2 + 1$

pour tout entier n

Démontrer que pour n ≥ 4 : $u_n \geq 2^n$