

122 Liban juin 2001

Dans un village de montagne deux familles A et B disposent de cinq circuits balisés de promenades c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 .

Partie A

Chaque matin, chacune des familles tire au hasard, indépendamment l'une de l'autre, un des cinq circuits.

1. Combien y-a-t-il de tirages possibles pour l'ensemble des deux familles ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'elles fassent le même jour, le même circuit ?
3. Quelle est la probabilité pour que pendant n jours consécutifs, elles ne se trouvent jamais sur le même circuit ?
4. Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle la probabilité de se trouver au moins une fois sur le même circuit est supérieure ou égale à 0,9.

Partie B

On considère dans cette partie deux jours consécutifs. Le deuxième jour chaque famille élimine de son tirage le circuit qu'elle a fait la veille. Il reste donc quatre circuits pour chacune des deux familles.

On note :

E l'évènement « les deux familles font le même circuit le premier jour ».

F l'évènement « les deux familles font le même circuit le deuxième jour ».

Calculer les probabilités suivantes :

$$P(E), P(F/E), P(F/\bar{E}) \text{ puis } P(F \cap E) \text{ et } P(F \cap \bar{E}).$$

En déduire $P(F)$.