135 Amérique du Sud novembre 1999

Un appareil électronique envoie à une imprimante un code qui est un nombre de quatre chiffres, chaque chiffre ne pouvant prendre que les valeurs 0 ou 1 (par exemple : 1011).

1. **a.** Combien l'appareil peut-il fabriquer de codes distincts ?

On supposera dans ce qui suit que tous ces codes ont la même probabilité d'être produits.

   b. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de 1 figurant dans le code. Donner la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

2. Une imprimante a été choisie au hasard dans une série. À la suite d'études antérieures, on a observé cinq cas possibles. Dans le cas E_0, l'imprimante n'écrit que des 0, quel que soit le code émis par l'appareil.

   Pour chaque élément n de l'ensemble $\{1,\ 2,\ 3\}$, dans le cas E_n l'imprimante écrit correctement les n premiers caractères du code et n'écrit ensuite que des 0.

   Par exemple, lorsque E_2 survient, tous les codes commençant par 01 sont imprimés 0100. Dans le cas E_4, l'imprimante fonctionne correctement.

   L'état de l'imprimante sera donc considéré comme le résultat d'une épreuve aléatoire ayant cinq issues possibles E_0, E_1, E_2, E_3, E_4.

   On admet que, pour chaque élément n de l'ensemble $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$, $P(E_n) = 32 \times 10^{-3}$. Le code émis par l'appareil est indépendant de l'état de l'imprimante.

   a. Calculer la probabilité $P(E_4)$. Pour la suite, C désigne l'évènement : « le code imprimé est identique à celui émis par l'appareil ».

   b. On suppose que E_0 se produit. Quelle est la probabilité $P(C/E_0)$ que le code imprimé soit quand même celui que l'appareil a envoyé ? En déduire la probabilité $P(C \cap E_0)$.

   c. Déterminer de même $P(C/E_n)$ puis $P(C \cap E_n)$ pour tout élément n de l'ensemble $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$. En déduire $P(C)$.

   d. Si le code imprimé est exactement celui émis par l'appareil, quelle est la probabilité que E_2 se soit produit ?