

1. Une fourmi se déplace sur les arêtes de la pyramide ABCDS. Depuis un sommet quelconque, elle se dirige au hasard (on suppose qu'il y a équiprobabilité) vers un sommet voisin; on dit qu'elle « fait un pas ».

a. La fourmi se trouve en A.

Après avoir fait deux pas, quelle est la probabilité qu'elle soit :

- en A?
- en B?
- en C?
- en D?

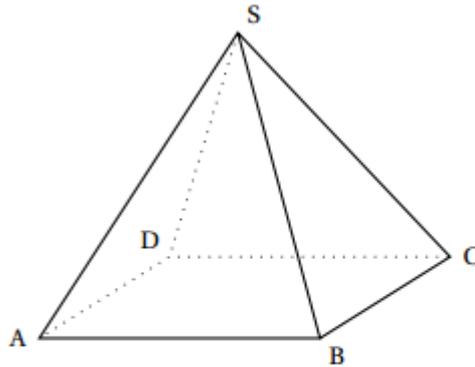
b. Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note :

S_n l'évènement « la fourmi est au sommet S après n pas », et p_n la probabilité de cet évènement.

Donner p_1 .

En remarquant que $S_{n+1} = S_{n+1} \cap \overline{S_n}$, montrer que

$$p_{n+1} = \frac{1}{3}(1 - p_n).$$



2. On considère la suite (p_n) , définie pour tout nombre entier n strictement positif

$$\text{par : } \begin{cases} p_1 &= \frac{1}{3} \\ p_{n+1} &= \frac{1}{3}(1 - p_n) \end{cases} .$$

a. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n strictement positif,

$$\text{on a } p_n = \frac{1}{4} \left(1 - \left(-\frac{1}{3} \right)^n \right).$$

b. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$.