EXERCICE

1. Une urne contient quatre boules rouges et deux boules noires indiscernables au toucher.

On prélève au hasard une boule de l'urne.

Si elle est rouge, on la remet dans l'urne et on prélève au hasard une seconde boule.

Si la première boule est noire, on prélève au hasard une seconde boule dans l'urne sans remettre la boule tirée.

- a. Quelle est la probabilité que les boules tirées soient rouges ?
- b. Calculer la probabilité que la seconde boule tirée soit noire.
Calculer la probabilité que la première boule soit rouge sachant que la seconde est noire.

2. Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 1.

Une urne contient quatre boules rouges et n boules noires indiscernables au toucher.

On prélève successivement et au hasard quatre boules de l'urne en remettant dans l'urne la boule tirée après chaque tirage.

La variable aléatoire X donnant le nombre de boules rouges tirées au cours de ces quatre tirages suit la loi binomiale de paramètres 4 et p .

- a. Donner l'expression de p en fonction de n .
- b. Démontrer que la probabilité q_n que l'une au moins des quatre boules tirées soit noire est telle que $q_n = 1 - \left(\frac{4}{n+4}\right)^4$.
- c. Quel est le plus petit entier naturel n pour lequel la probabilité q_n est supérieure ou égale à 0,9999 ?