

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Romane utilise deux modes de déplacement pour se déplacer entre son domicile et son lieu de travail : le vélo ou les transports en commun.

Partie A

Lorsque la journée est ensoleillée, Romane se déplace en vélo 9 fois sur 10.

Lorsque la journée n'est pas ensoleillée, Romane se déplace en vélo 6 fois sur 10.

La probabilité qu'une journée soit ensoleillée, dans la ville où habite Romane, est notée p .

Pour une journée donnée, on note :

- E l'évènement « La journée est ensoleillée » ;
- V l'évènement « Romane se déplace en vélo ».

1. Construire l'arbre pondéré représentant la situation.
2. Montrer que la probabilité que Romane se déplace en vélo lors d'une journée donnée est

$$P(V) = 0,3p + 0,6.$$

3. On constate que dans 67,5% des cas, c'est en vélo que Romane se déplace entre son domicile et son lieu de travail.
 - a. Calculer la valeur de p .
 - b. Sachant que Romane s'est déplacée en vélo, montrer que la probabilité que la journée soit ensoleillée est $\frac{1}{3}$.

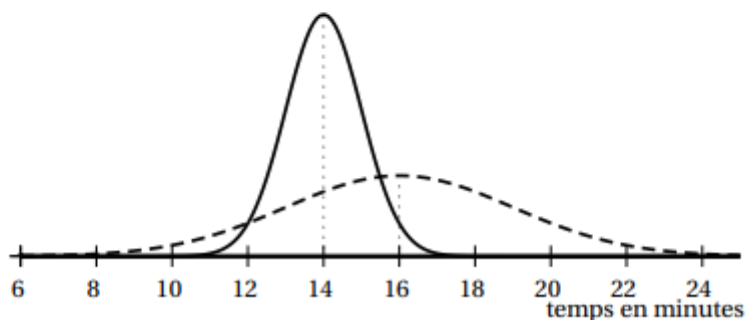
Partie B

Lorsque Romane se déplace en vélo, on modélise son temps de trajet, exprimé en minutes, entre son domicile et son lieu de travail par une variable aléatoire T_V suivant une loi normale d'espérance μ_V et d'écart-type 1 minute.

Lorsqu'elle effectue ce trajet en transports en commun, on modélise son temps de trajet, exprimé en minutes, par une variable aléatoire T_C suivant une loi normale d'espérance μ_C et d'écart-type 3 minutes.

1. On nomme $\mathcal{C}_C$ et $\mathcal{C}_V$ les courbes représentatives des fonctions de densité des variables aléatoires T_V et T_C représentées dans la figure ci-dessous.

Déterminer, en justifiant votre réponse, μ_V et μ_C .



2. Calculer la probabilité que pour Romane un trajet domicile-travail en vélo dure entre 10 et 15 minutes. Arrondir la réponse à 10^{-4} .
3. Quel mode de déplacement Romane doit-elle privilégier si elle souhaite mettre moins de 15 minutes pour se rendre au travail?

Partie C

En hiver, Romane roule en vélo de nuit. Son vélo est visible grâce à une ampoule dont la durée de fonctionnement en heures peut être modélisée par une variable aléatoire, notée X , suivant une loi exponentielle de paramètre λ , réel strictement positif.

La fonction de densité associée est donc la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

1. Soit b un réel positif.

Démontrer, à l'aide d'une intégrale, que

$$P(X \leq b) = 1 - e^{-\lambda b}.$$

2. On sait que la probabilité que l'ampoule fonctionne encore après 50 heures d'utilisation est 0,9.
 - a. En déduire la valeur exacte de λ .
 - b. Calculer la probabilité que la durée de fonctionnement de l'ampoule soit supérieure à 250 heures sachant que l'ampoule a déjà fonctionné 200 heures.