Dans cet exercice, on étudie quelques grandeurs caractéristiques du fonctionnement des parkings d'une ville.

Dans tout l'exercice, les probabilités seront données avec une précision de 10^{-4} .

Les parties A, B, et C sont indépendantes

Partie A - Durée d'attente pour entrer dans un parking souterrain

On appelle durée d'attente le temps qui s'écoule entre le moment où la voiture se présente à l'entrée du parking et le moment où elle franchit la barrière d'entrée du parking. Le tableau suivant présente les observations faites sur une journée.

Durée d'attente en minute	$[0; 2[$	$[2; 4[$	$[4; 6[$	$[6; 8[$
Nombre de voitures	75	19	10	5

- Proposer une estimation de la durée d'attente moyenne d'une voiture à l'entrée du parking.
- On décide de modéliser cette durée d'attente par une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle de paramètre λ (exprimé en minute).
 - Justifier que l'on peut choisir $\lambda = 0,5$ min.
 - Une voiture se présente à l'entrée du parking. Quelle est la probabilité qu'elle mette moins de deux minutes pour franchir la barrière ?
 - Une voiture attend à l'entrée du parking depuis une minute. Quelle est la probabilité qu'elle franchisse la barrière dans la minute suivante ?

Partie B - Durée et tarifs de stationnement dans ce parking souterrain

Une fois garée, la durée de stationnement d'une voiture est modélisée par une variable aléatoire D qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 70$ min et d'écart-type $\sigma = 30$ min.

- Quelle est la durée moyenne de stationnement d'une voiture ?
 - Un automobiliste entre et se gare dans le parking. Quelle est la probabilité que sa durée de stationnement dépasse deux heures ?
 - À la minute près, quel est le temps maximum de stationnement pour au moins 99 % des voitures ?
- La durée de stationnement est limitée à trois heures. Le tableau donne le tarif de la première heure et chaque heure supplémentaire est facturée à un tarif unique. Toute heure commencée est due intégralement.

Durée de stationnement	Inférieure à 15 min	Entre 15 min et 1 h	Heure supplémentaire
Tarif en euros	Gratuit	3,5	t

Déterminer le tarif t de l'heure supplémentaire que doit fixer le gestionnaire du parking pour que le prix moyen de stationnement d'une voiture soit de 5 euros.

Partie C - Temps d'attente pour se garer dans un parking de centre-ville

La durée de stationnement d'une voiture dans un parking de centre-ville est modélisée par une variable aléatoire T' qui suit une loi normale d'espérance μ' et d'écart-type σ' .

On sait que la moyenne du temps de stationnement dans ce parking est égale à 30 minutes et que 75 % des voitures ont un temps de stationnement inférieur à 37 minutes.

Le gestionnaire du parking vise l'objectif que 95 % des voitures aient un temps de stationnement entre 10 et 50 minutes. Cet objectif est-il atteint ?