

Un commerçant vend deux types de matelas : matelas RESSORTS et matelas MOUSSE.

On suppose que chaque client achète un seul matelas.

On dispose des informations suivantes :

- 20 % des clients achètent un matelas RESSORTS.
Parmi eux, 90 % sont satisfaits de leur achat.
- 82 % des clients sont satisfaits de leur achat.

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante.

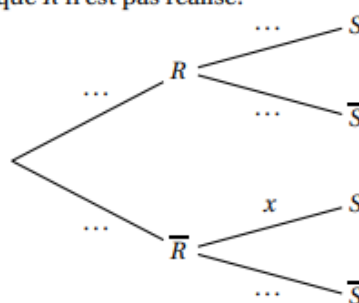
Partie A

On choisit au hasard un client et on note les événements :

- R : « le client achète un matelas RESSORTS »,
- S : « le client est satisfait de son achat ».

On note $x = P_{\bar{R}}(S)$, où $P_{\bar{R}}(S)$ désigne la probabilité de S sachant que R n'est pas réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre décrivant la situation.
2. Démontrer que $x = 0,8$.
3. On choisit un client satisfait de son achat.
Quelle est la probabilité qu'il ait acheté un matelas RESSORTS?
On arrondira le résultat à 10^{-2} .



Partie B

1. On choisit 5 clients au hasard.

On considère la variable aléatoire X qui donne le nombre de clients satisfaits de leur achat parmi ces 5 clients.

- a. On admet que X suit une loi binomiale. Donner ses paramètres.
- b. Déterminer la probabilité qu'au plus trois clients soient satisfaits de leur achat.
On arrondira le résultat à 10^{-3} .

2. Soit n un entier naturel non nul.

On choisit à présent n clients au hasard. Ce choix peut être assimilé à un tirage au sort avec remise.

- a. On note p_n la probabilité que les n clients soient tous satisfaits de leur achat.
Démontrer que $p_n = 0,82^n$.
- b. Déterminer les entiers naturels n tels que $p_n < 0,01$.
Interpréter dans le contexte de l'exercice.