

Un industriel fabrique des vannes électroniques destinées à des circuits hydrauliques.
Les quatre parties A, B, C, D sont indépendantes.

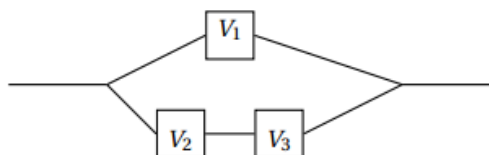
Partie A

La durée de vie d'une vanne, exprimée en heures, est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,0002$.

1. Quelle est la durée de vie moyenne d'une vanne ?
2. Calculer la probabilité, à 0,001 près, que la durée de vie d'une vanne soit supérieure à 6 000 heures.

Partie B

Avec trois vannes identiques V_1 , V_2 et V_3 , on fabrique le circuit hydraulique ci-contre.
Le circuit est en état de marche si V_1 est en état d'arche ou si V_2 et V_3 le sont simultanément.



On assimile à une expérience aléatoire le fait que chaque vanne est ou n'est pas en état de marche après 6 000 heures. On note :

- F_1 l'évènement : « la vanne V_1 est en état de marche après 6 000 heures.
- F_2 l'évènement : « la vanne V_2 est en état de marche après 6 000 heures
- F_3 l'évènement : « la vanne V_3 est en état de marche après 6 000 heures.
- E : l'évènement : « le circuit est en état de marche après 6 000 heures.

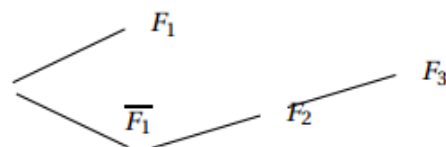
On admet que les évènements F_1 , F_2 et F_3 sont deux à deux indépendants et ont chacun une probabilité égale à 0,3.

1. L'arbre probabiliste ci-contre représente une partie de la situation.

Reproduire cet arbre et placer les probabilités sur les branches.

2. Démontrer que $P(E) = 0,363$.

3. Sachant que le circuit est en état de marche après 6 000 heures, calculer la probabilité que la vanne V_1 soit en état de marche à ce moment là. Arrondir au millièmes.



Partie C

L'industriel affirme que seulement 2 % des vannes qu'il fabrique sont défectueuses. On suppose que cette affirmation est vraie, et l'on note F la variable aléatoire égale à la fréquence de vannes défectueuses dans un échantillon aléatoire de 400 vannes prises dans la production totale.

1. Déterminer l'intervalle I de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la variable F ,
2. On choisit 400 vannes au hasard dans la production, On assimile ce choix à un tirage aléatoire de 400 vannes, avec remise, dans la production.
Parmi ces 400 vannes, 10 sont défectueuses.

Au vu de ce résultat peut-on remettre en cause, au seuil de 95 %, l'affirmation de l'industriel ?

Partie D

Dans cette partie, les probabilités calculées seront arrondies au millième.

L'industriel commercialise ses vannes auprès de nombreux clients, La demande mensuelle est une variable aléatoire D qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 800$ et d'écart-type $\sigma = 40$.

1. Déterminer $P(760 \leq D \leq 840)$.
2. Déterminer $P(D \leq 880)$.
3. L'industriel pense que s'il constitue un stock mensuel de 880 vannes, il n'aura pas plus de 1 % de chance d'être en rupture de stock. A-t-il raison ?