

*Les 3 parties peuvent être traitées de façon indépendante.*

Thomas possède un lecteur MP3 sur lequel il a stocké plusieurs milliers de morceaux musicaux.

L'ensemble des morceaux musicaux qu'il possède se divise en trois genres distincts selon la répartition suivante :

30 % de musique classique, 45 % de variété, le reste étant du jazz.

Thomas a utilisé deux qualités d'encodage pour stocker ses morceaux musicaux : un encodage de haute qualité et un encodage standard. On sait que :

- les  $\frac{5}{6}$  des morceaux de musique classique sont encodés en haute qualité.
- les  $\frac{5}{9}$  des morceaux de variété sont encodés en qualité standard.

On considérera les événements suivants :

$C$  : « Le morceau écouté est un morceau de musique classique » ;

$V$  : « Le morceau écouté est un morceau de variété » ;

$J$  : « Le morceau écouté est un morceau de jazz » ;

$H$  : « Le morceau écouté est encodé en haute qualité » ;

$S$  : « Le morceau écouté est encodé en qualité standard ».

### **Partie I**

Thomas décide d'écouter un morceau au hasard parmi tous les morceaux stockés sur son MP3 en utilisant la fonction « lecture aléatoire ».

*On pourra s'aider d'un arbre de probabilités.*

1. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un morceau de musique classique encodé en haute qualité ?
2. On sait que  $P(H) = \frac{13}{20}$ .
  - (a) Les événements  $C$  et  $H$  sont-ils indépendants ?
  - (b) Calculer  $P(J \cap H)$  et  $P_J(H)$ .

**Partie 2**

Pendant un long trajet en train, Thomas écoute, en utilisant la fonction « lecture aléatoire » de son MP3, 60 morceaux de musique.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95 % de la proportion de morceaux de musique classique dans un échantillon de taille 60.
2. Thomas a comptabilisé qu'il avait écouté 12 morceaux de musique classique pendant son voyage. Peut-on penser que la fonction « lecture aléatoire » du lecteur MP3 de Thomas est défectueuse ?

**Partie 3**

On considère la variable aléatoire  $X$  qui, à chaque chanson stocké sur le lecteur MP3, associe sa durée exprimée en secondes et on établit que  $X$  suit la loi normale d'espérance 200 et d'écart-type 20.

*On pourra utiliser le tableau fourni en annexe dans lequel les valeurs sont arrondies au millième le plus proche.*

On écoute un morceau musical au hasard.

1. Donner une valeur approchée à  $10^{-3}$  près de  $P(180 \leq X \leq 220)$ .
2. Donner une valeur approchée à  $10^{-3}$  près de la probabilité que le morceau écouté dure plus de 4 minutes.

$X$  est une variable aléatoire normale d'espérance 200 et d'écart-type 20.

$b$	$P(X \leq b)$
140	0,001
150	0,006
160	0,023
170	0,067
180	0,159
190	0,309
200	0,500
210	0,691
220	0,841
230	0,933
240	0,977
250	0,994
260	0,999