

Le taux d'hématocrite est le pourcentage du volume de globules rouges par rapport au volume total du sang. On note X la variable aléatoire donnant le taux d'hématocrite d'un adulte choisi au hasard dans la population française. On admet que cette variable suit une loi normale de moyenne $\mu = 45,5$ et d'écart-type σ .

Partie A

On note Z la variable aléatoire $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 45,5}{\sigma}$.

1.
 - a. Quelle est la loi de la variable aléatoire Z ?
 - b. Déterminer $P(X \leq \mu)$.
2. En prenant $\sigma = 3,8$, déterminer $P(37,9 \leq X \leq 53,1)$. Arrondir le résultat au centième.

Partie B

Une certaine maladie V est présente dans la population française avec la fréquence 1 %. On sait d'autre part que 30 % de la population française a plus de 50 ans, et que 90 % des porteurs de la maladie V dans la population française ont plus de 50 ans.

On choisit au hasard un individu dans la population française.

On note α l'unique réel tel que $P(X \leq \alpha) = 0,995$, où X est la variable aléatoire définie au début de l'exercice. On ne cherchera pas à calculer α .

On définit les événements :

- « l'individu est porteur de la maladie V » ;
- « l'individu a plus de 50 ans » ;
- « l'individu a un taux d'hématocrite supérieur à α ».

Ainsi $P(M) = 0,01$, $P_M(S) = 0,9$ et $P(H) = P(X > \alpha)$.

D'autre part, une étude statistique a révélé que 60 % des individus ayant un taux d'hématocrite supérieur à α sont porteurs de la maladie V .

1.
 - a. Déterminer $P(M \cap S)$.
 - b. On choisit au hasard un individu ayant plus de 50 ans. Montrer que la probabilité qu'il soit porteur de la maladie V est égale à 0,03.
2.
 - a. Calculer la probabilité $P(H)$.
 - b. L'individu choisi au hasard a un taux d'hématocrite inférieur ou égal à α . Calculer la probabilité qu'il soit porteur de la maladie V . Arrondir au millième.

Partie C

Le but de cette partie est d'étudier l'influence d'un gène sur la maladie V .

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de la maladie V dans les échantillons de taille 1 000, prélevés au hasard et avec remise dans l'ensemble de la population française. On arrondira les bornes de l'intervalle au millième.
2. Dans un échantillon aléatoire de 1 000 personnes possédant le gène, on a trouvé 14 personnes porteuses de la maladie V .
Au regard de ce résultat, peut-on décider, au seuil de 95 %, que le gène a une influence sur la maladie ?