

93 Pondichéry juin 2004

Un joueur dispose d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6, et de trois urnes U_1 , U_2 et U_3 contenant chacune k boules, où k désigne un entier naturel supérieur ou égal à 3.

Il y a trois boules noires dans l'urne U_1 , deux boules noires dans l'urne U_2 et une boule noire dans l'urne U_3 , et toutes les autres boules contenues dans les urnes sont blanches.

Les boules sont indiscernables au toucher.

Une partie se déroule de la façon suivante :

le joueur lance le dé,

- s'il obtient le numéro 1, il prend au hasard une boule dans l'urne U_1 , note sa couleur et la remet dans l'urne U_1 ;
- s'il obtient un multiple de trois, il prend au hasard une boule dans l'urne U_2 , note sa couleur et la remet dans l'urne U_2 ;
- si le numéro amené par le dé n'est ni le 1 ni un multiple de trois, il prend au hasard une boule dans l'urne U_3 , note sa couleur et la remet dans l'urne U_3 .

On désigne par A, B, C, et N les évènements suivants :

A : « Le dé amène le numéro 1. »

B : « Le dé amène un multiple de trois. »

C : « Le dé amène un numéro qui n'est ni le 1, ni un multiple de 3. »

N : « La boule tirée est noire. »

1. Le joueur joue une partie.

- a. Montrer que la probabilité qu'il obtienne une boule noire est égale à $\frac{5}{3k}$.
- b. Calculer la probabilité que le dé ait amené le 1 sachant que la boule tirée est noire.
- c. Déterminer k pour que la probabilité d'obtenir une boule noire soit supérieure à $\frac{1}{2}$.
- d. Déterminer k pour que la probabilité d'obtenir une boule noire soit égale à $\frac{1}{30}$.

2. Dans cette question, k est choisi pour que la probabilité d'obtenir une boule noire en jouant une partie soit égale à $\frac{1}{30}$.

Le joueur joue 20 parties, indépendantes les unes des autres.

Calculer, sous forme exacte puis arrondie à 10^{-3} , la probabilité qu'il obtienne au moins une fois une boule noire.