

EXERCICE

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Soit  $F$  la primitive de  $f$  sur  $\mathbf{R}$  telle que  $F(0) = 0$

1- quel est le sens de variation de  $F$  sur  $\mathbf{R}$  ?

2- soit  $\phi$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par  $\phi(x) = F(x) + F(-x)$   
calculer  $\phi'(x)$  et montrer que  $\phi$  est constante . que vaut cette constante ?

en déduire la parité de  $F$  .

3- pour  $x$  appartenant à l' intervalle  $] -\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2} [$  soit  $g$  la fonction définie par :

$$g(x) = F(\tan x) \quad . \quad \text{montrer que } g(x) = x \quad .$$

en déduire  $F(1)$  ,  $F(\frac{1}{\sqrt{3}})$  ,  $F(\sqrt{3})$

4- pour  $x > 0$  on définit la fonction  $u$  par  $u(x) = F(x) + F(\frac{1}{x})$   
calculer  $u'$  et montrer que  $u$  est constante

$$\text{prouver que pour } x > 0 \quad F(x) + F(\frac{1}{x}) = \frac{\pi}{2}$$

en déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$