

EXERCICE 1**4 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$; unité graphique 2 cm. On désigne par A le point d'affixe $z_A = 1$, et par $(\mathcal{C})$ le cercle de centre A et de rayon 1.

Partie A

Soit F le point d'affixe 2, B le point d'affixe $z_B = 1 + e^{i\frac{\pi}{3}}$ et E le point d'affixe $(1 + z_B^2)$.

1. **a.** Montrer que le point B appartient au cercle $(\mathcal{C})$.
b. Déterminer une mesure en radians de l'angle de vecteurs $(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AB})$. Placer le point B.
2. **a.** Déterminer la forme exponentielle des nombres complexes $(z_B - z_A)$ et $(z_E - z_A)$.
b. En déduire que les points A, B et E sont alignés.
3. Placer le point E.

Partie B

Pour tout nombre complexe z tel que $z \neq 1$, on considère les points M et M' d'affixes respectives z et z' où $z' = 1 + z^2$.

1. Pour $z \neq 0$ et $z \neq 1$, donner, à l'aide des points A, M et M' , une interprétation géométrique d'un argument du nombre complexe $\frac{z' - 1}{z - 1}$.
2. En déduire que A, M et M' sont alignés si et seulement si $\frac{z^2}{z - 1}$ est un réel.