Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, unité graphique : 4 cm. Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, i désigne le nombre de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
Soit A le point d'affixe $z_A = -i$ et B le point d'affixe $z_B = -2i$.
On appelle f l'application qui, à tout point M d'affixe z, M distinct de A, associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{iz-2}{z+i}$.

1. Démontrer que, si z est un imaginaire pur, $z \neq -i$, alors z' est imaginaire pur.
2. Déterminer les points invariants par l'application f.
3. Calculer $\left|z' - i\right| \times |z+i|$.
   Montrer que, quand le point M décrit le cercle de centre A et de rayon 2, le point M' reste sur un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.
4. **a.** Développer $(z+i)^2$, puis factoriser $z^2 + 2iz - 2$.
   b. Déterminer et représenter l'ensemble des points M, tels que M' soit le symétrique de M par rapport à O.
5. Déterminer et représenter l'ensemble E des points M, tels que le module de z' soit égal à 1.
   $\left(\text{On pourra remarquer que } z' = \frac{i(z - z_B)}{z - z_A}.\right)$