

Exercice 2**5 points****Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

1. Pour tout nombre Z , on pose $P(Z) = Z^4 - 1$.
 - a. Factoriser $P(Z)$.
 - b. En déduire les solutions dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes de l'équation $P(Z) = 0$, d'inconnue Z .
 - c. Déduire de la question précédente les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation d'inconnue z :

$$\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1.$$

2. a. Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ (l'unité graphique est 5 cm).
Placer les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = -2, \quad b = -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i \quad \text{et} \quad c = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$$

- b. Démontrer que les points O, A, B et C sont situés sur un cercle, que l'on déterminera.
3. Placer le point D d'affixe $d = -\frac{1}{2}$.

Exprimer sous forme trigonométrique le nombre complexe z' défini par :

$$z' = \frac{a-c}{d-c}.$$

En déduire le rapport $\frac{CA}{CD}$.

Quelle autre conséquence géométrique peut-on tirer de l'expression de z' ?