

Exercice 2**5 points****Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère le point A d'affixe 1 et, pour tout θ appartenant à $[0 ; 2\pi[$, le point M d'affixe $z = e^{i\theta}$. On désigne par P le point d'affixe $1 + z$ et par Q le point d'affixe z^2 .

1. À partir du point M , donner une construction géométrique du point P et une construction géométrique du point Q . Les points O , A , M , P et Q seront placés sur une même figure.
2. Déterminer l'ensemble des points P pour θ appartenant à $[0 ; 2\pi[$.
Tracer cet ensemble sur la figure précédente.
3. Soit S le point d'affixe $1 + z + z^2$ où z désigne toujours l'affixe du point M . Construire S , en justifiant la construction.
4. Dans le cas où S est différent de O , tracer la droite (OS) . Quelle conjecture apparaît, relativement au point M ?

Démontrer que le nombre $\frac{1 + z + z^2}{z}$ est réel, quel que soit θ appartenant à $[0 ; 2\pi[$.

Conclure sur la conjecture précédente.