

On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

1. Questions de cours

- Soit M un point d'affixe z , donner la définition de $\arg(z)$.
- Soient A et B deux points d'affixes respectives z_A et z_B , donner la définition de $\arg(z_B - z_A)$
- Soient A, B et C trois points distincts ; Montrer que $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}\right)$ en utilisant la relation de Chasles.

2. Un triangle

- On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a=2$; $b=3+i\sqrt{3}$ et $c=2i\sqrt{3}$. Déterminer une mesure de $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.
- En déduire que l'affixe ω du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC est $1+i\sqrt{3}$.

3. Une suite de points

On note (z_n) la suite de nombres complexes, de terme initial $z_0=0$, et telle que : $z_{n+1} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} z_n + 2$, pour tout entier naturel n .

Pour tout entier naturel n , on note A_n le point d'affixe z_n .

- Calculer les affixes des points A_1 , A_2 , A_3 et A_4 . Que remarquez-vous par rapport aux points A, B et C de la question 1 ?
- Calculer les longueurs A_0A_1 , A_1A_2 , A_2A_3 et A_3A_4 . Que remarquez-vous ?
- Établir que pour tout entier naturel n , on a : $z_{n+1} - \omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} (z_n - \omega)$ où ω désigne le nombre complexe défini à la question 2. b).
- Calculer le module et un argument du nombre complexe $j = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$, en déduire sa forme trigonométrique et sa forme exponentielle.
- Utiliser les résultats des questions précédentes c) et d) pour exprimer la longueur ΩA_{n+1} en fonction de la longueur ΩA_n et pour calculer l'angle $(\overrightarrow{\Omega A_n}, \overrightarrow{\Omega A_{n+1}})$

- Expliquer comment construire avec le compas, quelque soit n , le point A_{n+1} à partir des points Ω et A_n .

Construire dans le repère ci-contre, les points A_0 , A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , A_6 .

☺ Vous devez obtenir une figure bien connue !

