EXERCICE 1 **4 points**

Enseignement obligatoire

1. **a.** Soit $(r_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique réelle de premier terme r_0 strictement positif et de raison $\frac{2}{3}$.
Exprimer r_n en fonction de r_0 et de n.

b. Soit $(\theta_n)_{n\in\mathbb{N}}$, la suite arithmétique réelle de premier terme θ_0 appartenant à l'intervalle $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$ et de raison $\frac{2}{3}\pi$.
Exprimer θ_n en fonction de θ_0 et de n.

c. Pour tout entier naturel n, on pose $z_n = r_n(\cos\theta_n + \mathrm{i}\sin\theta_n)$.
Sachant que z_0, z_1 et z_2 sont liés par la relation $z_0z_1z_2 = 8$, déterminer le module et un argument de z_0, z_1 et z_2.

2. Dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$, (unité graphique : 4 cm), on appelle M_n le point d'affixe z_n.

a. Placer les points M_0, M_1, M_2 et M_3 dans le plan P.

b. Pour tout entier naturel n, calculer $\left\|\overrightarrow{M_nM_{n+1}}\right\|$ en fonction de n.

c. On pose

$$\ell_n = \sum_{k=0}^{n} \left\|\overrightarrow{M_kM_{k+1}}\right\|.$$

Calculer ℓ_n en fonction de n et déterminer la limite de ℓ_n quand n tend vers $+\infty$.