<u>Exercice 3</u> *(4 points)*

Soit (E) l'équation complexe : $z^2 - 4\bar{z} - 5 = 0$.

1°) Démontrer que $z = x + iy$ avec $x \in \mathbf{R}$ et $y \in \mathbf{R}$ est solution de (E) si et seulement si :

$$\begin{cases} x^2 - y^2 - 4x - 5 = 0 \\ 2y(x+2) = 0 \end{cases}$$

2°) En déduire la résolution de l'équation (E) dans **C**.

<u>Exercice 4</u> *(6 points)*

Soit A le point d'affixe 1 et B le point d'affixe i du plan complexe muni du repère orthonormal (O ; $\vec{u}, \vec{v}$).

À tout point M distinct de A et d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = \frac{(1-i)(z-i)}{z-1}$$

1°) a) Déterminer l'affixe du point C' associé au point C d'affixe $-i$.

b) Déterminer le ou les points auxquels le point O (origine du repère) est associé.

c) Placer les points A, B , C et C' dans le plan complexe (unité graphique : 4 cm).

2°) Pour tout nombre complexe z différent de 1, on note $z = x + iy$ avec x et y réels.

a) Démontrer que $z' = \dfrac{(x-1)^2 + (y-1)^2 - 1}{(x-1)^2 + y^2} - i\dfrac{x^2 + y^2 - 1}{(x-1)^2 + y^2}$.

b) Déterminer l'ensemble (E) des points M d'affixe z tels que z' soit réel.

c) Déterminer l'ensemble (F) des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur.

d) Représenter (E) et (F) sur la figure.