I/ Equation et plan complexe.

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 + 8 = 0$
(On pourra remarquer qu'il y a une racine réelle)
Donner les solutions de (E) sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.

2°) On note A, B et C les images des solutions de (E) dans le plan complexe.
Placer les points A, B et C dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ et démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

II/ Ensembles de points dans le plan complexe.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O;\ \vec{u},\vec{v})$. A tout nombre complexe z distinct de $-i$, on associe le nombre complexe : $z' = \dfrac{i(z+1)}{z+i}$

1°) a) Calculer z' lorsque $z = 1$.

b) Déterminer z tel que $z' = 2$.

2°) On pose $z = x + i.y$ et $z' = x' + i.y'$ (où x, y, x' et y' sont des réels)

a) Exprimer x' et y' en fonction de x et de y.
b) Déterminer et représenter l'ensemble (C) des points M d'affixe z tels que z' soit un nombre réel.

3°) On note A le point d'affixe -1, B le point d'affixe $-i$, M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z'.

a) Interpréter géométriquement $|\ z'\ |$.
b) Déterminer et représenter l'ensemble (D) des points M tels que M' soit sur le cercle de centre O et de rayon 1.