Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ unité graphique 8 cm.
On appelle A le point d'affixe -1 et B le point d'affixe 1.
On appelle $\mathscr{E}$ l'ensemble des points du plan distincts de A, O et B.
À tout point M d'affixe z appartenant à l'ensemble $\mathscr{E}$, on associe le point N d'affixe z^2 et le point P d'affixe z^3.

1. Prouver que les points M, N et P sont deux à deux distincts.
2. On se propose dans cette question de déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M appartenant à $\mathscr{E}$ tels que le triangle MNP soit rectangle en P.
   a. En utilisant le théorème de Pythagore, démontrer que MNP est rectangle en P si et seulement si $|z+1|^2+|z|^2=1$.
   b. Démontrer que $|z+1|^2+|z|^2=1$ équivaut à $\left(z+\dfrac{1}{2}\right)\left(\overline{z+\dfrac{1}{2}}\right)=\dfrac{1}{4}$.
   c. En déduire l'ensemble $\mathscr{C}$ cherché.

3. Soit M un point de $\mathscr{E}$ et z son affixe, On désigne par r le module de z et α l'argument de z, $\alpha \in]-\pi\,;\,\pi]$.
   a. Démontrer que l'ensemble $\mathscr{F}$ des points M de $\mathscr{E}$ tels que l'affixe de P soit un réel strictement positif est la réunion de trois demi-droites (éventuellement privées de points).
   b. Représenter les ensembles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{F}$ dans le repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
   c. Déterminer les affixes des points M de $\mathscr{E}$ tels que le triangle MNP soit rectangle en P, l'affixe de P étant un réel strictement positif.