

EXERCICE 2

5 points

Enseignement obligatoire

Dans le plan complexe P , muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$z_A = -2i, \quad z_B = 4 - 2i, \quad z_C = 4 + 2i, \quad z_D = 1.$$

1.
 - a. Placer les points A, B, C et D sur une figure, qui sera peu à peu complétée. On prendra pour unité graphique 2 cm.
 - b. Préciser la nature du triangle ABC .
2. On désigne par F l'application qui, à tout point M de P , d'affixe z et distinct de A , associe le point M' d'affixe :

$$z' = \frac{z - (4 + 2i)}{z + 2i}.$$

- a. Déterminer les images de B et C par F .
 - b. Déterminer l'ensemble \mathcal{E} des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$. Construire \mathcal{E} .
3.
 - a. Montrer que, pour tout nombre complexe z distinct de $-2i$, on a :

$$(z' - 1)(z + 2i) = -4 - 4i.$$

- b. Montrer que, pour tout point M , distinct de A , et dont l'image par F est notée M' , on a :

$$\begin{cases} \frac{DM' \cdot AM}{(\vec{u}, \overrightarrow{DM'}) + (\vec{u}, \overrightarrow{AM})} & \neq D \\ & = 4\sqrt{2} \\ & = \frac{5\pi}{4} \pmod{2\pi} \end{cases}$$