

1. Exercice 1 (5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. On prendra 2 cm pour unité graphique. On appelle J le point d'affixe i .

1. On considère les points A, B, C, H d'affixes respectives $a = -3 - i$, $b = -2 + 4i$, $c = 3 - i$ et $h = -2$.

Placer ces points sur une figure, qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.

2. Montrer que J est le centre du cercle (C) circonscrit au triangle ABC. Préciser le rayon du cercle (C).

3. Calculer, sous forme algébrique, le nombre complexe $\frac{b-c}{h-a}$. En déduire que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

Dans la suite de l'exercice, on admet que H est l'orthocentre du triangle ABC, c'est-à-dire le point d'intersection des hauteurs du triangle ABC.

4. On note G le centre de gravité du triangle ABC. Déterminer l'affixe g du point G. Placer G sur la figure.

5. Montrer que le centre de gravité G, le centre du cercle circonscrit J et l'orthocentre H du triangle ABC sont alignés. Le vérifier sur la figure.

6. On note A' le milieu de [BC] et K celui de [AH]. Le point A' a pour affixe $a' = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

a. Déterminer l'affixe du point K.

b. Démontrer que le quadrilatère KHA'J est un parallélogramme.