

1. Exercice 4 (5 points, non spécialistes)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

Partie I : Restitution organisée de connaissances

Soient A, B et C trois points du plan d'affixes respectives a, b, c . On suppose que A et B sont distincts, ainsi que A et C . On rappelle que $(\vec{u}; \overrightarrow{AB}) = \arg(b-a) [\text{mod } 2\pi]$.

Montrer que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) [\text{mod } 2\pi]$.

Partie II

On considère le point A d'affixe $1+i$.

On associe, à tout point M du plan d'affixe z non nulle, le point M' d'affixe $z' = \frac{z-1-i}{z}$.

Le point M' est appelé le point image du point M .

1. a. Déterminer, sous forme algébrique, l'affixe du point B' , image du point B d'affixe i .
b. Montrer que, pour tout point M du plan d'affixe z non nulle, l'affixe z' du point M' est telle que $z' \neq 1$.
2. Déterminer l'ensemble des points M du plan d'affixe z non nulle pour lesquels l'affixe du point M' est telle que $|z'| = 1$.
3. Quel est l'ensemble des points M du plan d'affixe z non nulle pour lesquels l'affixe du point M' est un nombre réel ?