

EXERCICE 1 (4 points) *Commun à tous les candidats*

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) (unité graphique : 2 cm), on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 2$, $b = 1 - i$ et $c = 1 + i$.

1.

- (a) Placer les points A, B et C sur une figure.
- (b) Calculer $\frac{c-a}{b-a}$. En déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle.

2.

(a) On appelle r la rotation de centre A telle que $r(B) = C$. Déterminer l'angle de r et calculer l'affixe d du point $D = r(C)$.

(b) Soit Γ le cercle de diamètre [BC]. Déterminer et construire l'image Γ' du cercle Γ par la rotation r .

3. Soit M un point de Γ d'affixe z , distinct de C et M' d'affixe z' son image par r .

- (a) Montrer qu'il existe un réel θ appartenant à $[0; \frac{\pi}{2} [\cup] \frac{\pi}{2}; 2\pi[$ tel que $z = 1 + e^{i\theta}$.
- (b) Exprimer z' en fonction de θ .
- (c) Montrer que $\frac{z'-c}{z-c}$ est un réel. En déduire que les points C, M et M' sont alignés.
- (d) Placer sur la figure le point M d'affixe $1 + e^{i\frac{2\pi}{3}}$ et construire son image M' par r .