EXERCICE 2 *(5 points)* candidats n'ayant que l'enseignement obligatoire

1°) On considère le polynôme P de la variable complexe *z*, défini par:

$$P(z) = z^3 + (14 - i\sqrt{2})z^2 + (74 - 14i\sqrt{2})z - 74i\sqrt{2}.$$

a) Déterminer le nombre réel *y* tel que i*y* soit solution de l'équation P(*z*) = 0.
b) Trouver deux nombres réels *a* et *b* tels que, pour tout nombre complexe *z*, on ait $P(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$
c) Résoudre dans l'ensemble **C** des nombres complexes, l'équation P(*z*) = 0.

2°) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct(O, $\vec{u}$, $\vec{v}$).

On prendra 1 cm pour unité graphique.

a) Placer les points A, B et I d'affixes respectives $z_A = -7 + 5\,i$; $z_B = -7 - 5\,i$ et $z_I = i\sqrt{2}$.
b) Déterminer l'affixe de l'image du point I par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{4}$.
c) Placer le point C d'affixe $z_C = 1 + i$. Déterminer l'affixe du point N tel que ABCN soit un parallélogramme.
d) Placer le point D d'affixe $z_A = 1 + 11\,i$. Calculer $Z = \frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique. Justifier que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires et en déduire la nature du quadrilatère ABCD.