

EXERCICE 2 (5 points) candidats n'ayant que l'enseignement obligatoire

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ayant comme unité graphique 4 cm. On note A , B et C les points d'affixes respectives $2i$, -1 et i .

On considère l'application f de $P - \{A\}$ dans P qui, à tout point M de $P - \{A\}$ d'affixe z , associe le point M' d'affixe z' telle que :

$$z' = \frac{z+1}{z-2i}.$$

- 1.a) Faire une figure que l'on complétera au cours de l'exercice.
- b) Déterminer l'affixe du point C' image de C . Quelle est la nature de quadrilatère $ACBC'$?
- c) Montrer que le point C admet un unique antécédent par f que l'on notera C'
Quelle est la nature du triangle BCC' ?

2. Donner une interprétation géométrique de l'argument et du module de z' .

3. Déterminer, en utilisant la question précédente, quels sont les ensembles suivants :

- a) l'ensemble E des points M dont les images par f ont pour affixe un nombre réel strictement négatif.
- b) l'ensemble E des points M dont les images par f ont pour affixe un nombre imaginaire pur non nul
- c) l'ensemble E des points M dont les images appartiennent au cercle de centre O et de rayon 1.