Exercice 2. *(5 points)*

Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = 2 - 2i$ et $z_B = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$ dans le plan complexe (O ; $\vec{u}, \vec{v}$).

1°) a) Déterminer le module et un argument de z_A et z_B. et $\dfrac{z_B}{z_A}$.

b) En déduire la nature du triangle AOB. (la figure n'est pas demandée)

2°) Déterminer la forme trigonométrique et la forme algébrique de $\dfrac{z_B}{z_A}$.

3°) En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.

Exercice 2 *(4,5 points)*

Pour tout complexe z on considère : $f(z) = z^4 - 10z^3 + 38z^2 - 90z + 261$.

1°) Soit b un réel, exprimer en fonction de b les parties réelle et imaginaire de $f(ib)$.

2°) En déduire que l'équation $f(z) = 0$ admet deux racines imaginaires pures.

3°) Démontrer qu'il existe deux réels α et β que l'on déterminera, tels que, pour tout complexe z,

$$f(z) = (z^2 + 9)(z^2 + \alpha z + \beta)$$

4°) Résoudre dans **C** l'équation $f(z) = 0$.