

Soient les deux nombres complexes :

$$z_1 = 1 - i \quad \text{et} \quad z_2 = -8 - 8\sqrt{3}i.$$

On pose :

$$Z = \frac{z_1}{z_2}.$$

1. Donner la forme algébrique de Z .
2. Écrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
3. Écrire Z sous forme exponentielle puis sous forme trigonométrique.
4. En déduire que $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.
5. On admet que :
 - $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.
 - pour tous réels a et b , $\cos a \cos b - \sin a \sin b = \cos(a + b)$.

Résoudre l'équation suivante dans l'ensemble des réels $\mathbb{R}$:

$$\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right) \cos x - \left(\sqrt{6} + \sqrt{2}\right) \sin x = -2\sqrt{3}.$$