

On rappelle que pour tout réel a et tout réel b ,

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b).$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère la droite \mathcal{D} d'équation $y = -x + 2$.

1. Montrer que si le réel θ appartient à l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right[$, alors

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) > 0.$$

2. Soit M un point du plan complexe d'affixe z non nulle. On note $\rho = |z|$ le module de z et $\theta = \arg(z)$ un argument de z ; les nombres ρ et θ sont appelés coordonnées polaires du point M .

Montrer que le point M appartient à la droite \mathcal{D} si et seulement si ses coordonnées polaires sont liées par la relation :

$$\rho = \frac{\sqrt{2}}{\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)}, \text{ avec } \theta \in \left] -\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right[\text{ et } \rho > 0.$$

3. Déterminer les coordonnées du point de la droite \mathcal{D} le plus proche de l'origine O du repère.