Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
Pour tout entier naturel n, on note A_n le point d'affixe z_n défini par :

$$z_0 = 1 \quad \text{et} \quad z_{n+1} = \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}\right) z_n.$$

On définit la suite (r_n) par $r_n = |z_n|$ pour tout entier naturel n.

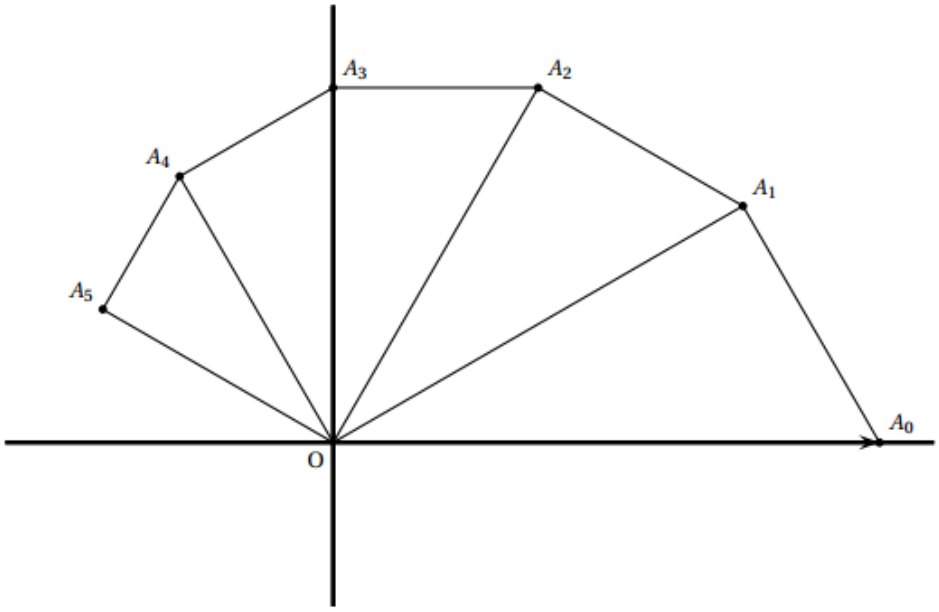
1. Donner la forme exponentielle du nombre complexe $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}$.
2. **a.** Montrer que la suite (r_n) est géométrique de raison $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
   b. En déduire l'expression de r_n en fonction de n.
   c. Que dire de la longueur OA_n lorsque n tend vers $+\infty$?
3. On considère l'algorithme suivant :

Variables	n entier naturel R réel P réel strictement positif
Entrée	Demander la valeur de P

Traitement	R prend la valeur 1
	n prend la valeur 0
	Tant que $R > P$
	  n prend la valeur $n+1$
	  R prend la valeur $\frac{\sqrt{3}}{2}R$
	Fin tant que

Sortie	Afficher n

   a. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme pour $P = 0,5$?
   b. Pour $P = 0,01$ on obtient $n = 33$. Quel est le rôle de cet algorithme ?
4. **a.** Démontrer que le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle en A_{n+1}.
   b. On admet que $z_n = r_n e^{\mathrm{i}\frac{n\pi}{6}}$.
   Déterminer les valeurs de n pour lesquelles A_n est un point de l'axe des ordonnées.
   c. Compléter la figure donnée en annexe, à rendre avec la copie, en représentant les points A_6, A_7, A_8 et A_9.
   Les traits de construction seront apparents.

ANNEXE EXERCICE 3

À compléter et à rendre avec la copie