Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

On note i le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.
On considère le point A d'affixe $z_A = 1$ et le point B d'affixe $z_B = i$.
À tout point M d'affixe $z_M = x + iy$, avec x et y deux réels tels que $y \neq 0$, on associe le point M' d'affixe $z_{M'} = -iz_M$.
On désigne par I le milieu du segment $[AM]$.
Le but de l'exercice est de montrer que pour tout point M n'appartenant pas à (OA), la médiane (OI) du triangle OAM est aussi une hauteur du triangle OBM' (propriété 1) et que $BM' = 2OI$ (propriété 2).

1. Dans cette question et uniquement dans cette question, on prend $z_M = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$.
   - **a.** Déterminer la forme algébrique de z_M.
   - **b.** Montrer que $z_{M'} = -\sqrt{3} - i$.
     Déterminer le module et un argument de ZM'
   - **c.** Placer les points A, B, M, M' et I dans le repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ en prenant 2 cm pour unité graphique.
     Tracer la droite (OI) et vérifier rapidement les propriétés 1 et 2 à l'aide du graphique.
2. On revient au cas général en prenant $z_M = x + iy$ avec $y \neq 0$.
   - **a.** Déterminer l'affixe du point I en fonction de x et y.
   - **b.** Déterminer l'affixe du point M' en fonction de x et y.
   - **c.** Écrire les coordonnées des points I, B et M'.
   - **d.** Montrer que la droite (OI) est une hauteur du triangle OBM'.
   - **e.** Montrer que $BM' = 2OI$.