

**Complexes.** ( 7 points)

On considère le polynôme  $P$  défini sur  $\mathbf{C}$  par :  $P(z) = z^4 + 2z^3 + 6z^2 + 8z + 8$ .

**1°)** Justifier que :  $P(\bar{z}) = \overline{P(z)}$ .

En déduire que si  $z_0$  est une racine de  $P$ , alors son conjugué est aussi une racine de  $P$ .

**2°) a)** Résoudre l'équation  $P(z) = 0$  sachant qu'elle admet deux racines imaginaires pures.

**b)** Déterminer la forme trigonométrique de chacune des solutions de l'équation précédente.

**3°)** Soient  $M_1, M_2, M_3$  et  $M_4$  les points d'affixes respectives  $-2i, 2i, -1 + i$  et  $-1 - i$ .

**a)** Placer les points  $M_1, M_2, M_3$  et  $M_4$  dans le plan complexe et démontrer que  $M_1M_2M_3M_4$  est un trapèze isocèle.

**b)** Démontrer que les points  $M_1, M_2, M_3$  et  $M_4$  appartiennent à un même cercle de centre  $A$  d'affixe 1 dont on précisera le rayon.