

EXERCICE 2

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) , on désigne par $M(z)$ le point M ayant pour affixe z .

1. Placer sur une figure les points $A(2 + i)$, $B(2i)$, $C(-4 + 3i)$ et $D(-8)$, en prenant 1 cm pour unité graphique.
2. Soit f la transformation du plan qui, à tout point $M(z)$, associe le point $M'(z')$ tel que :

$$z' = (1 + 2i)z - 4 - 2i.$$

- a. Préciser les images des points A et B par f .
 - b. Montrer que f admet un unique point fixe Ω , dont on précisera l'affixe ω (M est un point fixe pour f si, et seulement si, $f(M) = M$).
3. On admet que $\omega = 1 - 2i$. Soit M un point quelconque et M' son image par f .
- a. Montrer que, pour tout complexe z on a : $z' - z = 2i(\omega - z)$.
Dans toute la suite, M est différent de Ω .
 - b. Dédire de la question précédente le rapport des distances $\frac{MM'}{\Omega M}$, et l'angle de vecteurs $(\vec{M\Omega}, \vec{MM'})$.
 - c. Dédire des questions précédentes une construction géométrique du point M' , connaissant le point M .
Réaliser cette construction sur la figure de la question 1)