

1 a. Vérifier que le couple $(4 ; 6)$ est une solution de l'équation :

$$(E) \quad 11x - 5y = 14. \quad 0,5 \text{ pt}$$

b. Déterminer tous les couples d'entiers relatifs $(x ; y)$ vérifiant l'équation (E). 0,5 pt

2 a. Démontrer que, pour tout entier naturel n ,

$$2^{3n} \equiv 1 \pmod{7}. \quad 0,5 \text{ pt}$$

b. Déterminer le reste de la division euclidienne de 2011^{2012} par 7. 0,5 pt

3 Soient a et b deux nombres réels, M la matrice de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$:

$$M = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 1-b & b \end{pmatrix}.$$

a. Calculer $M^2 - (a+b)M$ en fonction de I_2 , matrice identité de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

0,5 pt

b. En déduire les matrices M telles que $M^2 = M$.

0,5 pt

4 On considère l'algorithme suivant où $\text{Ent}\left(\frac{A}{N}\right)$ désigne la partie entière de $\frac{A}{N}$.

A et N sont des entiers naturels

Saisir A

N prend la valeur 1

Tant que $N \leq \sqrt{A}$

 Si $\frac{A}{N} - \text{Ent}\left(\frac{A}{N}\right) = 0$ alors Afficher N et $\frac{A}{N}$

 Fin si

N prend la valeur N + 1

Fin Tant que.

Quels résultats affiche cet algorithme pour $A = 12$?
Que donne cet algorithme dans le cas général ?

2 pts