

La durée de vie d'un robot, exprimée en années, jusqu'à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ , avec $\lambda > 0$.

Ainsi, la probabilité qu'un robot tombe en panne avant l'instant t est égale à

$$p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx.$$

1. Déterminer λ , arrondi à 10^{-1} près, pour que la probabilité $p(X > 6)$ soit égale à 0,3. **Pour la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0,2$.**
2. À quel instant t , à un mois près, la probabilité qu'un robot tombe en panne pour la première fois est-elle de 0,5?
3. Montrer que la probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années est $e^{-0,4}$.
4. Sachant qu'un robot n'a pas eu de panne au cours des deux premières années, quelle est, à 10^{-2} près, la probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de six ans?
5. On considère un lot de 10 robots fonctionnant de manière indépendante. Déterminer la probabilité que, dans ce lot, il y ait au moins un robot qui n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.