

On modélise le temps d'attente entre deux clients à un guichet comme une variable aléatoire  $X$  suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . La probabilité pour un client d'attendre moins de  $t$  min est définie par :

$$p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx.$$

Le temps moyen d'attente est donné par :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx.$$

1.
  - a. à l'aide d'une intégration par parties, calculer  $\int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$  en fonction de  $t$ .
  - b. En déduire que le temps moyen est  $\frac{1}{\lambda}$ .
2. Le temps moyen d'attente étant de 5 min, quelle est la probabilité d'attendre plus de 10 min ? plus de 5 min ?
3. Quelle est la probabilité d'attendre encore au moins 5 min, sachant qu'on a déjà attendu 10 min ? Comment expliquez-vous ce résultat ?