On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en semaines, d'un composant électronique. On modélise cette situation par une loi de probabilité p de durée de vie sans vieillissement définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$: la probabilité que le composant ne soit plus en état de marche au bout de t semaines est

$$p([0\ ;\ t[) = \int_0^t \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x.$$

Une étude statistique, montrant qu'environ 50 % d'un lot important de ces composants sont encore en état de marche au bout de 200 semaines, permet de poser $p([0\ ;\ 200[) = 0,5$.

1. Montrer que $\lambda = \dfrac{\ln 2}{200}$.
2. Quelle est la probabilité qu'un de ces composants pris au hasard ait une durée de vie supérieure ? 300 semaines ? On donnera la valeur exacte et une valeur approchée décimale au centième près.
3. On admet que la durée de vie moyenne d_m de ces composants est la limite quand A tend vers $+\infty$ de $\displaystyle\int_0^A \lambda x \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$.
   a. Montrer que $\displaystyle\int_0^A \lambda x \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \frac{-\lambda A\mathrm{e}^{-\lambda A} - \mathrm{e}^{-\lambda A} + 1}{\lambda}$.
   b. En déduire d_m on donnera la valeur exacte et une valeur approchée décimale ? la semaine près.