

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples constitué de six questions : chacune comporte trois réponses, une et une seule tant exacte.

Les réponses à cet exercice sont à inscrire dans la feuille jointe en annexe, en cochant pour chaque question la case correspondante à la réponse proposée.

Toute réponse ambiguë sera considérée comme une absence de réponse. Toute réponse exacte entraîne une bonification, toute erreur est pénalisée.

On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en années, d'un appareil ménager avant la première panne. On peut modéliser cette situation par une loi de probabilité  $p$  de durée de vie sans vieillissement, définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .

Ainsi, la probabilité d'un intervalle  $[0 ; t[$ , notée  $p([0 ; t[)$ , est la probabilité que l'appareil ménager tombe en panne avant l'instant  $t$ . Cette loi est telle que  $p([0 ; t[) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$ , où  $t$  est un nombre réel positif représentant le nombre d'années (loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , avec  $\lambda > 0$ ).

1. Pour  $t \geq 0$ , la valeur exacte de  $p([t ; +\infty[)$  est :

a.  $1 - e^{-\lambda t}$     b.  $e^{-\lambda t}$     c.  $1 + e^{-\lambda t}$

2. La valeur de  $t$  pour laquelle on a  $p([0 ; t[) = p([t ; +\infty[)$  est :

a.  $\frac{\ln 2}{\lambda}$     b.  $\frac{\lambda}{\ln 2}$     c.  $\frac{\lambda}{2}$

3. D'après une étude statistique, la probabilité que l'appareil tombe en panne avant la fin de la première année est 0,18. La valeur exacte de  $\lambda$  est alors :

a.  $\ln\left(\frac{50}{41}\right)$     b.  $\ln\left(\frac{41}{50}\right)$     c.  $\frac{\ln(82)}{\ln(100)}$

4. Sachant que cet appareil n'a connu aucune panne au cours des deux premières années après sa mise en service, la probabilité qu'il ne connaisse aucune panne l'année suivante est :

a.  $p([1 ; +\infty[)$     b.  $p([3 ; +\infty[)$     c.  $p([2 ; 3[$

Dans la suite de l'exercice on prendra  $\lambda = 0,2$ .

5. La probabilité que l'appareil n'ait pas eu de panne au cours des trois premières années, arrondie à  $10^{-4}$  près, est :

a. 0,5523    b. 0,5488    c. 0,4512

6. Dix appareils neufs de ce type ont été mis en service en même temps. On désigne par  $X$  la variable aléatoire égale au nombre d'appareils qui n'ont pas de panne au cours des trois premières années.

La valeur la plus proche de la probabilité de l'évènement «  $X = 4$  » est :

a. 0,5555    b. 0,8022    c. 0,1607