

Exercice 1**10 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante

Une usine fabrique un très grand nombre de billes en acier spécial destinées à un certain type de roulement.

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-3} .

A- Loi normale

Une bille est conforme lorsque sa masse, exprimée en grammes, appartient à l'intervalle $[14,92 ; 15,08]$.

1. On note M la variable aléatoire qui, à chaque bille prélevée au hasard dans la production, associe sa masse. On suppose que la variable aléatoire M suit la loi normale de moyenne 15 et d'écart type 0,05.

Calculer la probabilité qu'une bille prélevée au hasard dans la production soit conforme.

2. La qualité de la production de billes étant jugée insuffisante, on effectue un réglage.

On note M_1 la variable aléatoire qui, à chaque bille prélevée dans la nouvelle production future, associe sa masse. On suppose que la variable aléatoire M_1 suit une loi normale de moyenne 15 et d'écart type σ_1 .

On admet que la probabilité qu'une bille prélevée au hasard dans la nouvelle production soit conforme est alors égale à 0,99.

Déterminer σ_1 .

B. Loi binomiale et approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson

On note E l'évènement : « une bille prélevée au hasard dans un stock important est défectueuse ».

On suppose que $P(E) = 0,01$.

Les roulements fabriqués avec ce type de billes contiennent 36 billes.

On prélève au hasard 36 billes dans un stock suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 36 billes.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini associe le nombre de billes de ce prélèvement qui sont défectueuses.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2.
 - a. Déterminer la probabilité qu'il n'y ait aucune bille défectueuse dans un tel prélèvement.
 - b. Déterminer la probabilité qu'il y ait au plus deux billes défectueuses dans un tel prélèvement.