

Exercice 14

Une variable aléatoire X suit une loi $\mathcal{N}(3;4)$ et Z suit la loi $\mathcal{N}(0,1)$.

1. Soit $x \in \mathbb{R}$, montrer que $P(X \leq x) = P\left(Z \leq \frac{x-3}{2}\right)$
2. En déduire, sans calculatrice, le réel x tel que $P(X \leq x) = 0,95$.

Exercice 15

Une variable aléatoire X suit une loi $\mathcal{N}(20;4)$.

En utilisant la fonction `InvNormCD` ou `invNorm` de la calculatrice :

1. Donner à 10^{-2} près, x tel que $P(X \leq x) = 0,8$
2. Donner à 10^{-2} près, x tel que $P(X \geq x) = 0,8$

Exercice 16

Une variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{N}(100;100)$.

Calculer

1. À l'aide de la calculatrice, à 10^{-2} près, $P(X > 120)$;
2. Sans calculatrice, une valeur approchée de nombre réel positif a tel que :
$$P(100 - a \leq X \leq 100 + a) = 0,99$$

Exercice 17

Une variable aléatoire X suit une loi $\mathcal{N}(0;\sigma^2)$ et Z suit la loi $\mathcal{N}(0,1)$.

1. Montrer que pour tout $\sigma > 0$, $P(X < 5) = P\left(Z < \frac{5}{\sigma}\right)$.
2. Donner le réel $x > 0$ à 10^{-3} près tel que $P(Z < x) = 0,8$.
3. En déduire la valeur de σ à 10^{-3} près telle que $P(X < 5) = 0,8$

Exercice 18

Une variable aléatoire X suit une loi $\mathcal{N}(\mu;16)$, où $\mu \in \mathbb{R}$, et Z suit la loi $\mathcal{N}(0,1)$.

1. Montrer que pour tout $\mu \in \mathbb{R}$, $P(X > 20) = P\left(Z > \frac{20-\mu}{4}\right)$.
2. Donner le réel x , à 10^{-3} près tel que $P(Z > x) = 0,01$.
3. En déduire la valeur de μ telle que $P(X > 20) = 0,01$

Exercice 19

La durée de vie d'une ampoule, mesurée en heures, est une variable aléatoire qui suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$. On a pu déterminer expérimentalement les probabilités : $P(D > 2000) = 0,9251$ et $P(D > 3000) = 0,8577$.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire $\frac{D-\mu}{\sigma}$?
2. Déterminer un système vérifié par μ et σ .
3. En déduire μ et σ .
4. Déterminer $P(D < 1000)$ et $P(D > 5000)$.