**TS** **LOI NORMALE** feuille 17

**Exercice 1 :**

Une coopérative produit du beurre en micro-plaquettes de 12,5 g pour des collectivités et des chaînes hôtelières. Les micro-plaquettes sont conditionnées dans des boîtes de 40.

On admet que la variable aléatoire X égale à la masse d'une boîte de 40 micro-plaquettes suit une loi normale d'espérance $\mu = 500$ et de variance $\sigma^2 = 1{,}6$.

La boîte est jugée conforme si sa masse est comprise entre 496,2 g et 503,8 g (soit environ 500 $\pm$ 3$\sigma$).

1. Calculer la probabilité qu'une boîte prélevée aléatoirement en fin de chaîne de conditionnement soit non conforme.
2. Pour contrôler le réglage de la machine, on détermine des poids d'alerte $\mu - b$ et $\mu + b$ tels que $p(\mu - b < X < \mu + b) = 0{,}95$. Ces poids d'alerte sont inscrits sur une carte de contrôle et correspondent à une marge de sécurité en lien avec des nonnes de conformité.

a. Soit $Z = \dfrac{X - 500}{\sqrt{1{,}6}}$. Quelle loi suit la variable aléatoire Z ?

b. Montrer que $\mu - b \leq X \leq \mu + b$ équivaut à $\dfrac{\mu - b - 500}{\sqrt{1{,}6}} \leqslant Z \leqslant \dfrac{\mu + b - 500}{\sqrt{1{,}6}}$

c. Donner une valeur de $a$ telle que $p(-a \leqslant Z \leqslant a) \approx 0{,}95$.

d. Déterminer une valeur approchée des poids d'alerte.

**Exercice 2 : Réglage d'une machine d 'embouteillage dans une coopérative**

Sur une chaîne embouteillage dans une brasserie, la quantité X (en cL) de liquide fournie par la machine pour remplir chaque bouteille de contenance 110 cL peut être modélisée par une variable aléatoire de loi normale de moyenne $\mu$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

La législation impose qu'il y ait moins de 0,1% de bouteilles contenant moins d'un litre.

1. À quelle valeur de la moyenne $\mu$ doit-on régler la machine pour respecter cette législation ?
2. La contenance des bouteilles étant de 110 cL, quelle est alors la probabilité qu'une bouteille déborde lors du remplissage ?
3. Le directeur de la coopérative veut qu'il y ait moins de 1% de bouteilles qui débordent au risque de ne plus suivre la législation.

a. Quelle est alors la valeur de $\mu$ ?

b. Quelle est dans les conditions de la question a. la probabilité que la bouteille contienne moins d'un litre ?

c. Déterminer $\mu$ et $\sigma$ afin qu'il y ait moins de 0,1% de bouteilles de moins de 1 litre et moins de 1% de bouteilles qui débordent. On pourra poser $Y = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$ et traduire ces conditions pour Y

**Exercice 3 :**

La durée de vie d'un appareil est modélisée par une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne et d'écart type inconnus. Les spécifications impliquent que 80% de la production des appareils ait une durée de vie entre 120 et 200 jours et que 5% de la production ait une durée de vie inférieure à 120 jours.

1. Déterminer $\mu$ et $\sigma^2$.
2. Quelle est la probabilité d'avoir un appareil dont la durée de vie soit comprise entre 200 jours et 230 jours ?