

PARTIE A**Restitution organisée de connaissances**

Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$. On admet que la fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = P(-x \leq X \leq x)$ est continue et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

- 1. Calculer $g(0)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (0,75 point)
- 2. Soit $\alpha \in]0 ; 1[$. Démontrer qu'il existe un unique réel positif u_α tel que $P(-u_\alpha \leq X \leq u_\alpha) = 1 - \alpha$. (0,75 point)

PARTIE B**Modélisation à l'aide d'une loi normale**

Dans une entreprise industrielle, une machine M_1 permet de fabriquer des pièces. On note L_1 la variable aléatoire qui à chaque pièce associe sa longueur en cm. On suppose que L_1 suit la loi normale d'espérance $\mu = 200$ et d'écart type $\sigma_1 = 2,5$.

- 1. a) Quelle est la probabilité, arrondie au centième, que la longueur d'une pièce soit comprise entre 197,5 cm et 202,5 cm ? (0,5 point)
b) En déduire la probabilité, arrondie au centième, que la longueur d'une pièce soit inférieure à 202,5 cm (0,5 point)
Une pièce est bien calibrée si sa longueur est comprise entre 196 cm et 204 cm.

- 2. Calculer la probabilité, arrondie au centième, qu'une pièce soit bien calibrée. (0,5 point)

► 3. Les pièces qui ne sont pas bien calibrées sont perdues. Le directeur décide d'acheter une nouvelle machine M_2 permettant de fabriquer les mêmes pièces. On suppose que la longueur L_2 , exprimée en cm, d'une pièce sortant de cette nouvelle machine est une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu = 200$ et d'écart type σ_2 .

a) 99 % des pièces sortant de la machine M_2 sont bien calibrées.

Montrer que : $P\left(-\frac{4}{\sigma_2} \leq \frac{L_2 - 200}{\sigma_2} \leq \frac{4}{\sigma_2}\right) = 0,99$. (0,5 point)

b) En déduire, en utilisant la partie A, la valeur de σ_2 arrondie au centième. (0,5 point)