TS **LOI DES GRANDS NOMBRES** feuille 15

4 Rechercher une taille d'échantillon

Dans une ville moyenne de 20 000 habitants, lors d'une consultation portant sur la rénovation du théâtre municipal, 75 % des personnes consultées ont émis un avis positif.

1. On interroge n personnes. Pour $1 \leqslant k \leqslant n$, la variable aléatoire X_k donne 1 si la k-ième personne interrogée est favorable au projet et 0 sinon.

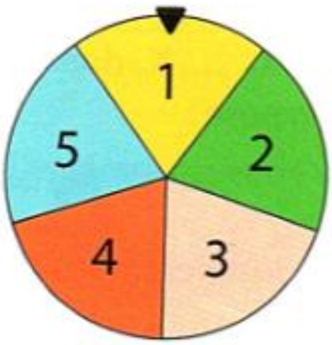
Donner la loi de probabilité de X_k, son espérance μ et sa variance V.

2. On note M_n la variable aléatoire moyenne de $X_1, X_2, \dots, X_n$.

a) Déterminer une taille n d'échantillon afin d'obtenir pour M_n une précision de 0,05 et un risque de 0,1, c'est-à-dire telle que $P(|M_n - \mu| \geqslant 0{,}05) \leqslant 0{,}1$.

b) De même, déterminer une taille n d'échantillon afin d'obtenir pour M_n une précision de 0,01 et un risque de 0,05. Peut-on envisager raisonnablement cette situation ?

12



La roue équilibrée ci-contre est partagée en cinq secteurs identiques numérotés de 1 à 5.

On fait tourner la roue 100 fois de suite, X est la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où le 1 est sorti.

a) Donner la loi de probabilité de X.

b) Déterminer l'espérance et la variance de X.

c) Justifier que pour tout réel $\delta > 0$,

$$P(|X - 20| \geqslant \delta) \leqslant \frac{16}{\delta^2}.$$

d) En déduire que la probabilité de l'événement « X prend une valeur en dehors de l'intervalle $[11 ; 29]$ » est inférieure ou égale à 0,16.