25 On lance cinq fois une pièce non truquée. Pour $1 \leqslant i \leqslant 5$, on note X_i la variable aléatoire égale à 1 si on obtient Pile au i-ème lancer, et 0 sinon.
On note $S_5 = X_1 + \dots X_5$

1. Justifier que X_i suit une loi de Bernoulli dont on précisera le paramètre.
2. Calculer $E(X_i)$ et $V(X_i)$.
3. En déduire $E(S_5)$ et $V(S_5)$.
4. Que représente la variable aléatoire S_5 ?
5. Justifier que S_5 suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
6. Montrer que $P(|S_5 - 2{,}5| \geqslant 2) \leqslant 0{,}3125$.
Interpréter ce résultat.

26 On reprend les conditions et notations de l'exercice 25 et on note $M_5 = \dfrac{S_5}{5}$.

1. Que représente M_5 ?
2. Déterminer, en justifiant, $E(M_5)$ et $V(M_5)$
3. Montrer que $P(|M_5 - 0{,}5| \geqslant 0{,}4) \leqslant 0{,}3125$.
Interpréter ce résultat.

27 On lance 1 000 fois de suite et de manière aléatoire une pièce bien équilibrée.

1. Montrer que l'événement « La fréquence de Pile est strictement comprise entre 0,45 et 0,55 » a une probabilité supérieure à 0,9.
2. Montrer que l'événement « La fréquence de Pile est strictement comprise entre 0,4 et 0,6 » a une probabilité supérieure à 97,5 %.

28 Combien de fois faut-il lancer une pièce équilibrée pour être sûr à 99 % que la proportion de Pile est comprise 0,45 et 0,55.